РЕШЕНИЯ

Задача 1.

Решение:

$$\left(\frac{tg\frac{\pi}{4}}{\log_{243}27}+\frac{\log_4 32}{\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3}}\right)^2-\left(\frac{63}{189}\right)^2=\left(\frac{1}{\log_{3^5}3^3}+\frac{\log_{2^2}2^5}{\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{\frac{3}{5}}+\frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}}\right)^2-\frac{1}{9}$$

$$=\left(\frac{5}{3}+\frac{5}{3}\right)^2-\frac{1}{9}=\left(\frac{10}{3}\right)^2-\frac{1}{9}=\frac{100}{9}-\frac{1}{9}=11$$

Ответ: 11.

Задача 2.

Решение:

21 – 8 – 6 = 7 – количество анкерных болтов,

I) Событие *A* – выбраны 2 анкерных болта. Определим число способов выбрать 2 анкерных болта из 7 анкерных болтов:

$$m(A)=C_7^2=\frac{7!}{2!\,(7-2)!}=\frac{7!}{2!\times 5!}=\frac{6\times 7}{2}=21$$

$$n=C_{21}^2=\frac{21!}{2!\,(21-2)!}=\frac{21!}{2!\times 19!}=\frac{20\times 21}{2}=210$$

Тогда вероятность определяется:

$$P(A)=\frac{m(A)}{n}=\frac{21}{210}=0{,}1$$

II) Событие *A* – выбран первый анкерный болт; событие *B* – выбран второй анкерный болт; событие *C=AB* – выбраны 2 анкерных болта.

$$P(C)=P(AB)=P(A)\times P(B/A)=\frac{7}{21}\times\frac{6}{20}=0{,}1$$

Ответ: 0,1.

Задача 3.

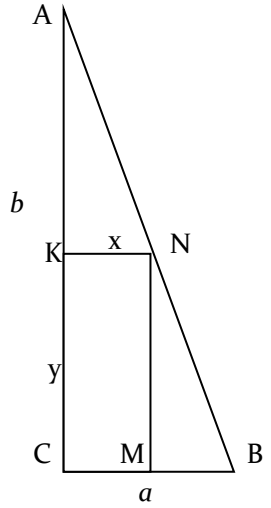
Решение:

Каждые два утверждения в этой тетради противоречат друг другу. Следовательно, если и есть верной утверждение, то оно будет единственное. Но тогда 99 будут ложными!!! Такое утверждение есть: 99-е.

Ответ: верное утверждение: « В этой тетради ровно 99 неверных утверждений »

Задача 4.

Решение:



Обозначим *KN = x*, *KC = y*, *S* – площадь прямоугольника *CKNM*.

$$\Delta ABC \sim \Delta BMN \Leftrightarrow \frac{MN}{AC} = \frac{MB}{CB} \Leftrightarrow \frac{y}{b} = \frac{a-x}{a} \Leftrightarrow y = \frac{b(a-x)}{a}$$

$$S = S(x) = xy = x\frac{b(a-x)}{a} = \frac{xab-bx^2}{a} \Rightarrow S' = \frac{ab-2bx}{a} \Rightarrow S' = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{a}{2}, y = \frac{b}{2} \Rightarrow S_{max} = \frac{ab}{4}$$

Ответ: $\mathbf{S_{max}} = \frac{\mathbf{ab}}{\mathbf{4}}$

Задача 5.

Решение:

$v_Б$— скорость баржи; $v_Т$— скорость течения реки; S—путь от завода до объекта

$$S = 48(v_Б + v_Т) = 64(v_Б + v_Т) \Rightarrow 16v_Б = 112v_Т \Rightarrow v_Б = \frac{112}{16}v_Т \Rightarrow v_Б = 7v_Т$$

Ответ: в 7 раз.

Задача 6.

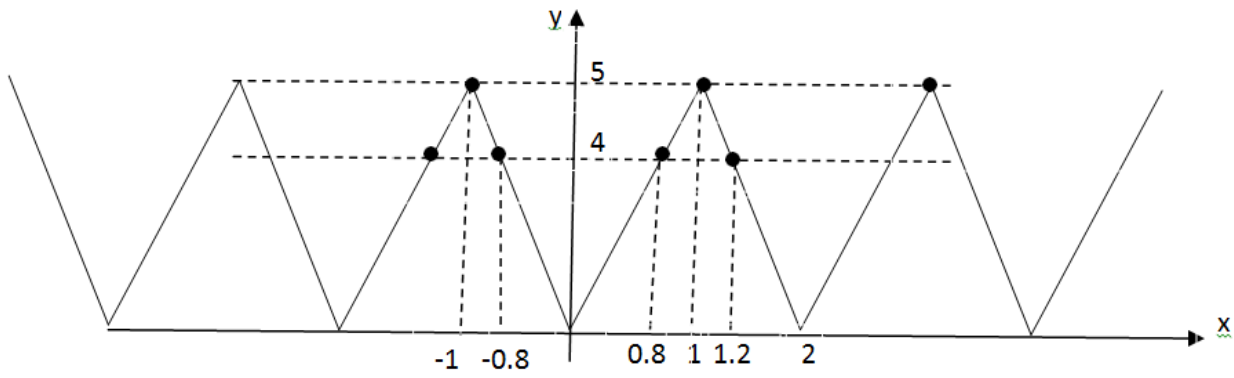
Решение:

Обозначим : $a = f(y) - 3 \neq 0$, $b = f(3x + 2y) - 2 \neq 0$

Получаем систему:

$$\begin{cases}\frac{5}{a}+\frac{3}{b}=6\\ b\cdot a=3a\end{cases}\Rightarrow b=3, a=1\Rightarrow f(3x+2y)=5, f(y)=4$$

Построим график $f(x)$— периодической функции с периодом T=2.



Получим систему уравнений:

$$\begin{cases}3x+2y=1+2n\\ \left[\begin{array}{l} y=0{,}8+2l,\ \ l=0,1,2,\dots\\ y=1{,}2+2m,\ \ m=0,1,2,\dots\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}3x+2y=1+2n\\ y=0{,}8+2l,\ \ l=0,1,2,\dots\end{cases}\\ \begin{cases}3x+2y=1+2n\\ y=1{,}2+2m,\ \ m=0,1,2,\dots\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-\frac{1}{5}+\frac{2}{3}(n-2l),\ \ (n-2l)=1,2,\dots\\ y=0{,}8+2l,\ \ l=0,1,2,\dots\end{cases}\\ \begin{cases}-\frac{7}{15}+\frac{2}{3}(n-2m),\ \ (n-2m)=1,2,\dots\\ y=1{,}2+2m,\ \ m=0,1,2,\dots\end{cases}\end{array}\right.$$

Ответ:

$\left(-\frac{1}{5}+\frac{2}{3}(n-2l), 0{,}8+2l\right),\ \ l=0,1,2,\dots\ \ \ m=0,1,2,\dots;$

$\left(-\frac{7}{15}+\frac{2}{3}(n-2m),\qquad 1{,}2+2m\right),\ \ (n-2l)=1,2,\dots\ (n-2m)=1,2,\dots$

Задача 7.

Решение:

$$\left(1-2\sqrt{2}\cos(-t)\right)\cdot\sin(t)+\cos(-t)=0\Leftrightarrow\sin(t)+\cos(t)=2\sqrt{2}\cos(-t)\cdot\sin(t)$$

$$\Leftrightarrow\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)=\sin(2t)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2t=t+\frac{\pi}{4}+2k\pi\\ 2t=\pi-t-\frac{\pi}{4}+2k\pi\end{array}\right.,\ \ k\epsilon Z\ \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{\pi}{4}+2k\pi\\ 2t=\frac{\pi}{4}+\frac{2k\pi}{3}\end{array}\right.,\ \ k\epsilon Z\ \Leftrightarrow t$$

$= \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}, k\epsilon Z$

Можно использовать формулу $sin\alpha - sin\beta$.

Ответ: $t = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3},\ k\epsilon Z$

Задача 8.

Решение:

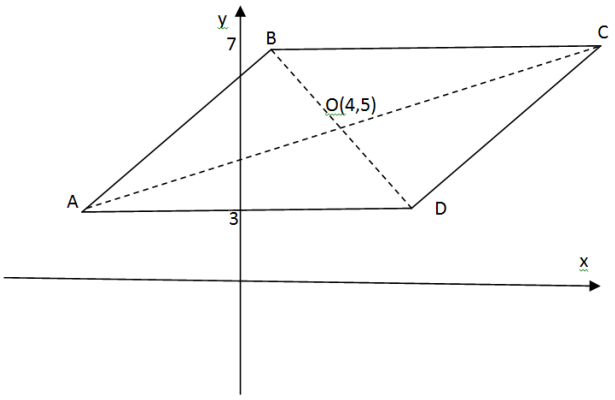
$$\log_x 64 - 8\log_{x^2}\sqrt{5-3x^2} + 8 \le 0 \Leftrightarrow \log_x 64 + 8\log_{x^2}\sqrt{5-3x^2} \Leftrightarrow \log_x(8x^4) \le \log_x(5-3x^2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \ne 1 \\ 5 - 3x^2 > 0 \\ \dfrac{8x^4 - 5 + 3x^2}{x-1} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \ne 1 \\ x\epsilon\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}, \sqrt{\frac{5}{3}}\right) \\ \dfrac{8(x^2+1)(x-\sqrt{\frac{5}{8}})(x+\sqrt{\frac{5}{8}})}{x-1} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\epsilon\left[\sqrt{\frac{5}{8}}, 1\right)$$

Ответ: $x \in \left[\sqrt{\frac{5}{8}}, 1\right)$

Задача 9.

Решение:

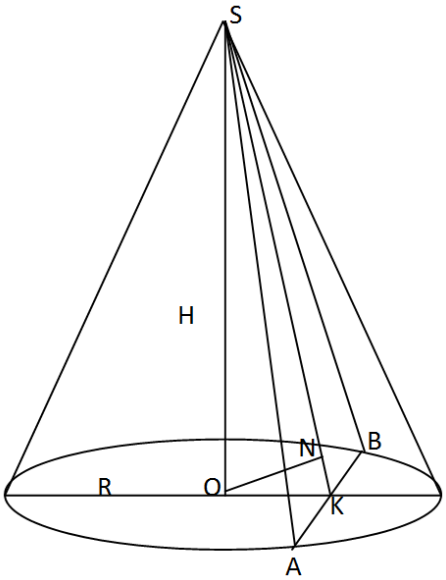


Фигурой, которая задается неравенством $|-x+3y-11| + |9-x-y| \le 8$, является параллелограмм *ABCD*. Диагонали параллелограмма лежат на прямых $-x+3y-11=0$ и $x+y-9=0$. Параллелограмм имеет центр симметрии (точка *O*(4,5)), и любая прямая, проходящая через центр симметрии, разбивает его на симметричные части, которые имеют равные площади и периметры.

Координаты точки *O* находятся из системы $\begin{cases} -x+3y-11 \\ x+y-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow (4,5).$

Прямая $y = ax + \sqrt{111}$ проходит через точку $O \Rightarrow a = \frac{5-\sqrt{111}}{4}$

Ответ: $a = \frac{5-\sqrt{111}}{4}$



Задача 10.

Решение:

Обозначим *ON*=*d* расстояние от центра основания дс

Обозначим *OK*=*x*,где $x\epsilon[0,R]$, тогда

$$SK = \sqrt{H^2+x^2}, AB = 2\sqrt{R^2-x^2} \Rightarrow S_{max} = S(x) = \frac{1}{2}AB \cdot SK$$

$$= \sqrt{R^2-x^2}\sqrt{H^2+x^2} \Rightarrow S' = \frac{x(R^2-H^2-2x^2)}{\sqrt{R^2-x^2}\sqrt{H^2+x^2}}$$

$$\Rightarrow S' = 0,$$

при $x_1 = \sqrt{\frac{R^2-H^2}{2}}, x_1 = 0$

Если *R*<*H*, то $S' < 0 \Rightarrow S_{наибольшее} = S(0) = RH, \quad d = 0$

$S' < 0 \Rightarrow S_{\text{наибольшее}} = S(0) = RH, \qquad d = 0.$

Если $R \geq H$, то $S_{max} = S(x_1) = \frac{R^2+H^2}{2}, d = H\sqrt{\frac{R^2-H}{R^2+H^2}},$

d определяется из подобия треугольников *OSK* и *ONS*.

Ответ: Если $R < H$, то $S_{\text{наибольшее}} = RH, d = 0$, если $R \geq H$, то $S_{\text{наибольшее}} = \frac{R^2+H^2}{2}, d = H\sqrt{\frac{R^2-H^2}{R^2+H^2}}$.